

一种分析异向介质中导线阵列宏观效应的新方法

吴 群¹, 孟繁义¹, 武明峰¹, 李乐伟^{1,2}

(1. 哈尔滨工业大学电子与信息技术研究院, 黑龙江哈尔滨 150001; 2. 新加坡国立大学电气与计算机工程系, 新加坡 119260)

摘 要: 本文根据异向介质中细导线阵列的电磁效应, 利用均匀介质与均匀传输线的等效关系, 建立起电磁波在导线阵列中传播时的等效电路, 以此为依据从宏观上推导出异向介质中非均匀导线阵列的有效介电常数模型, 在呈现出非常清晰的物理图景的同时, 为人们从宏观物理学的角度理解导线阵列的等效负介电常数效应、从实质上揭示异向介质的构成理论向前跨进了一步. 数值仿真结果表明, 该模型具有足够的精度. 本文所得到的结论对理解异向介质的构成提供了更加清晰的描述方法, 为异向介质在微波电路领域的应用提供了一套分析方法.

关键词: 异向介质; 等效电路; 导线阵列

中图分类号: TM15

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2007) 08-1472-04

A New Approach to the Analysis of Macro Effect of the Wires Array in Metamaterial

WU Qun¹, MENG Fan-yi¹, WU Ming-feng¹, LI Le-wei^{1,2}

(1. School of Electronics and Information Technology, Harbin Institute of Technology (HIT), Harbin, Heilongjiang 150001, China;

2. Department of Electrical and Computer Engineering, National University of Singapore, Singapore 119260)

Abstract: According to the response of the thin wire array to the incident electromagnetic wave and the equivalence relation of uniform medium and uniform transmission line, the equivalent circuit for the thin wire array of metamaterial is presented while a plane wave is propagating through it. The effective permittivity model of the asymmetric wire array is derived based on the circuit theory. And the validity of the model is proven by the numerical simulation. The description of theoretical derivation exhibits clear physical concepts and provides a new approach to understand the minus permittivity effect of the thin wires array from the macro-physics.

Key words: metamaterial; equivalent circuit; wire array

1 引言

异向介质又被称为负折射介质或双负介质, 这是因为电磁波入射到这种介质与普通介质的交界面时, 要发生负折射现象, 而负折射现象又普遍地被认为应归功于该介质同时具有负介电常数和负磁导率的特性^[1~4].

1998年, Pendry等人指出图1所示的细导线阵列能够在微波波段(8GHz左右)展现出等效负介电常数效应^[5], 在引起人们关注的同时, 为异向介质的构造以及异向介质

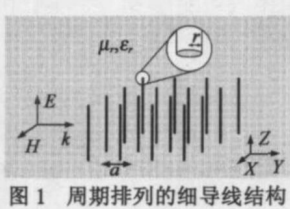


图1 周期排列的细导线结构

在微波波段的物理实现解决了一个关键性的问题. 此后不久, Pendry再一次提出, 周期放置的SRR's (Split Rings

Resonators) 阵列^[6]可以展现出有效负磁导率效应, 这项经典的工作几乎是为异向介质的实现打开了大门. 2000年, Smith通过将上述的细导线阵列与SRR's阵列合理布局, 历史上第一次制造出了异向介质^[7~9]. 虽然目前人们已经发现很多复合结构具有左手特性^[10,11], 但是Pendry的细导线阵列以及SRR's结构由于其自身的优越性仍然在异向介质的研究领域占据非常重要的地位.

在对导线阵列宏观效应的研究中, Pendry利用物理学中的等离子体振子理论, 通过引入等效电子密度和等效电子质量的概念, 得到了其有效介电常数与阵列参数之间的关系模型, 利用该模型可以比较准确地预测出阵列的负介电常数效应. 然而, 该模型存在一定缺陷. 首先, 其推导过程始终基于微观理论, 致使该模型宏观上

体现的物理概念不甚清晰;其次,其只适用于均匀阵列,而无法预测非均匀阵列的宏观效应.针对这样的问题,本文引入电感密度的概念,利用均匀介质与均匀传输线间的对等关系,给出了电磁波在导线阵列中传播时的等效电路,并以此为依据从宏观上推导出适用于非均匀阵列有效介电常数模型,在呈现出非常清晰的物理图景的同时,为人们从宏观物理学的角度理解导线阵列的负介电常数效应铺平了道路.本文所得到的结论对理解异向介质的构成提供了更加清晰的描述方法,为异向介质在微波电路领域的应用提供了一套分析方法.

2 细导线阵列的负介电常数效应

Pendry 指出,对于图 1 所示的细导线阵列,其有效介电常数可以表示为^[5]:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_r - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (1)$$

ϵ_r 为阵列周围介质的相对介电常数, ω_p 为等离子体谐振角频率,很明显当工作频率小于一定值时, ϵ_{eff} 将小于零,而这正是该阵列的负介电常数效应.这里, ω_p 由阵列的有效电子密度 n_{eff} 和有效电子质量 m_{eff} 决定

$$\omega_p^2 = \frac{n_{\text{eff}} e^2}{\epsilon_0 \epsilon_r m_{\text{eff}}} \quad (2)$$

其中

$$n_{\text{eff}} = n \pi r^2 / a^2 \quad (3)$$

$$m_{\text{eff}} = \frac{\mu_0 \mu_r e^2 \pi r^2 n}{2\pi} \ln(a/r) \quad (4)$$

a 为胞元尺寸, r 为导线半径, μ_r 为阵列周围介质的相对磁导率, ϵ_0 和 μ_0 分别为真空介电常数和磁导率.将方程(3)和(4)带入方程(2)中就可以得到由宏观物理参数表达的谐振频率模型

$$\omega_p^2 = \frac{2\pi c_0^2}{a^2 \mu_r \epsilon_r \ln(a/r)} = \frac{1}{a^2 L \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (5)$$

式中 c_0 为真空中光速, L 为平行双导线单位长度上的自感

$$L' = \mu_0 \mu_r \frac{\ln(a/r)}{2\pi} \quad (6)$$

在这篇文章中我们将公式(1)和(5)称为 Pendry 模型,以表明 Pendry 在这方面研究的贡献,同时区别于我们要推导出的模型.

需要注意的是, Pendry 模型虽然由宏观参量来描述,但其仍然是从微观等效电子质量和等效电子密度的角度出发推导而来,虽然找到了等量关系却无法明确地解释其代表的宏观物理概念.这使得该模型缺乏适应性,即使阵列结构发生简单变化,也难免又回到微观的角度去重新思考整个问题,而无法通过简单直接

地修改某些参数来得到适用的模型.

3 导线阵列的等效电路

针对上述问题,本课题组采用等效电路方法对上述阵列结构的宏观效应进行分析,推导出更具一般性的有效介电常数及其谐振频率模型.

3.1 导线自身的等效电路参数

如图 2 所示, Pendry 的导线阵列可以等效为分立电感阵列的形式,其中 L 为平行双导线单位长度自感, Δ_x 和 Δ_y 分别为阵列在 x 和 y 方向上的阵元间距,在 Pendry 模型中阵列在 XY 平面上均匀分布,即 $\Delta_x = \Delta_y = a$.在此,为了能够推导出更一般的有效介电常数模型假设它们不相等.对于图 2 所示的二维阵列,阵列等效的均匀分布电感量可以用面密度的概念来描述.

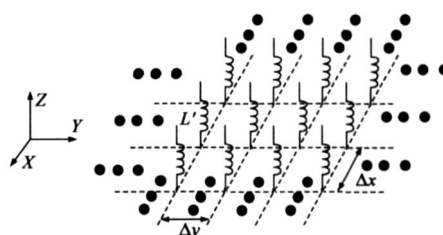


图 2 与导线阵列等效的分立电感阵列

$$L_s = \frac{L'}{\Delta_x \Delta_y} \quad (7)$$

其中 L_s 为图 3 所示结构在 XY 平面单位面积上的平均电感量.在此引入电感密度的概念是非常重要的,它为下一步建立等效电路提供了必要条件.

3.2 均匀介质的电路等效形式

对于图 3 所示

的均匀传输线, L_0 、 C_0 分别为单位长度上分布电感和分布电容,根据传输线理论电波传播的相位常数和特性阻抗分别为

$$\beta_1 = \omega \sqrt{L_0 C_0} \quad (8)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (9)$$

而当一个 TEM 波在一相对介电常数和相对磁导率分别为 ϵ_r 和 μ_r 的均匀介质中传播时其传输相位常数和波阻抗分别为

$$\beta_2 = \omega \sqrt{\mu_r \epsilon_r} / c_0 \quad (10)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \quad (11)$$

当电磁波在上述两种传输链路中具有相同的传输特性时,可以得到

$$\beta_1 = \beta_2 \text{ 且 } Z_0 = \eta \quad (12)$$

由以上关系式可以得到

$$L_0 = \mu_r \mu_0 = \mu \text{ 和 } C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon \quad (13)$$

上述关系式揭示了均匀传输线与均匀介质的等效关系,为下一步建立电磁波在导线阵列中传播的等效电路模型奠定了基础.

3.3 非均匀导线阵列的有效介电常数及其谐振频率

根据上面的分析,当电磁波以图1中所示的方式入射到导线阵列中时,其形成的等效电路如图4所示,从中可以看到此时电路的串联成份没有变化,并联成份变为由导线阵列自感和传输线路等效电容两部分构成,此时,其单位长度上的并联导纳为

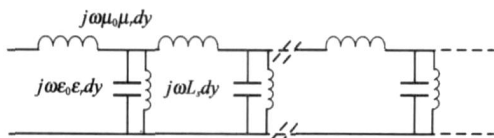


图4 填充导线阵列的均匀介质的等效电路

$$G = j\omega\epsilon + \frac{1}{j\omega L_s} = j\omega \left(\epsilon - \frac{1}{\omega^2 L_s} \right) \quad (14)$$

等效并联电容为

$$C_{\text{eff}} = \epsilon - \frac{1}{\omega^2 L_s} \quad (15)$$

根据公式(13)的等效关系,可以得到非均匀导线阵列的有效介电常数模型

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{C_{\text{eff}}}{\epsilon_0} = \epsilon_r - \frac{1}{\omega^2 L_s \epsilon_0} = \epsilon_r - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (16)$$

其中

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_s \epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{1}{\Delta x \Delta y L \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (17)$$

当 $\Delta x = \Delta y = a$ 时,

$$\omega_p^2 = \frac{1}{a^2 L \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (18)$$

此即为 Pendry 模型.从上面的推导和论述过程可以看出,由等效电路方法推导出的细导线阵列的有效介电常数模型不但宏观物理概念清晰,而且应用范围更广,不但能够分析均匀导线阵列(Pendry 模型适用的情况)的有效介电常数,还能够分析非均匀导线阵列的有效介电常数.

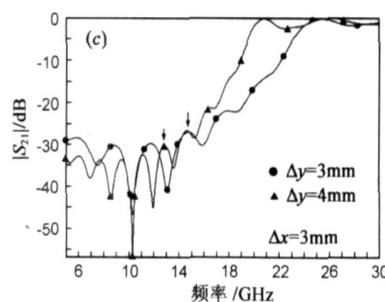
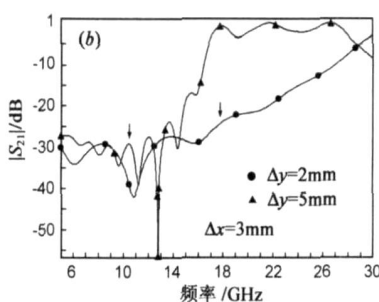
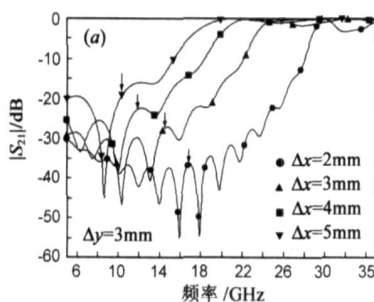


图6 不同阵列参数下的 $|S_{21}|$ 仿真结果

4 仿真结果的分析与讨论

为了验证上述有效介电常数模型及其谐振频率模型的正确性,将图1所示的导线阵列作为金属与真空构成的复合介质填充到一个平行板波导中,如图5所示,然后采用 CST MW STUDIO 仿真该平行板波导输入输出端口的散射参数,通过观测电磁波的传输情况来确定有效介电常数的谐振频率,最后将数值仿真得到的谐振频率值与公式(17)计算出来的谐振频率值相比较,如果比较结果的相对误差足够小(小于5%),则可以证明公式(16)、(17)的正确性.该验证方法与 Pendry 在文献[5]中采用的实验验证方法相类似.

图5中标有1的

端面为1端口,标有2的端面为2端口.

图6示出了不同阵列参数下 $|S_{21}|$ 随频率的变化关系,相应的阵列参数如该图中所示.

根据文献[5],随着入射波频率 $f = 2\omega$ 接近金属导线阵列等效等离子谐振频率 $f_p = 2\omega_p$,导线阵列的插入损耗增加,并在 $f = f_p$ 时达到极大值,据此我们就可以从图6所示的传输特性曲线中获知相应的 f_p ,图6中利用向下箭头标示出了不同阵列参数对应的等离子谐振频率,如果将相应的阵列参数带入上述谐振频率模型(公式17),并将其计算结果与之比较,可以发现它们非常接近.表1根据图6(a)所示的仿真结果,列出了 $\Delta y = 3\text{mm}$ 时,对于不同的 Δx 导线阵列有效介电常数谐振频率的数值仿真结果与利用模型预测的结果,从表中可以看出最大误差小于5%,表明具有足够的精度,由此验证了公式(16)、(17)是正确的.

表1 $\Delta y = 3\text{mm}$ 时对于不同 Δx 谐振频率 ω_p

数值仿真与模型预测结果比较

Δx 的值(mm)	2	3	4	5
预测结果(GHz)	17.49	14.10	12.10	10.75
仿真结果(GHz)	16.9	14.5	11.8	10.3
相对误差	2.96%	2.76%	2.56%	4.46%

5 结论

本文利用等效电路方法推导出适用于非均匀导线阵列的有效介电常数模型,从宏观物理学的角度阐明了导线阵列负介电常数效应的产生机理,为异向介质在微波电路领域的应用提供了一套分析方法.结果表明,Pendry 模型是该模型在均匀阵列条件下的特例.另外,从上面推导出的有效介电常数模型可以看出,虽然当工作频率低于谐振频率时细线阵列会出现负介电常数效应,但此时的导线阵列具有很强的色散效应,而这一点在很多时候并不是人们想要的.幸运的是,依据文中提出的等效电路,利用现有的电路技术,完全可以通过进一步研究将上述导线阵列的色散效应降到最小,在这方面本课题组已取得一定的研究成果.

参考文献:

- [1] V G Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. Soviet Physics Uspekhi, 1968, 10(4): 509 - 511.
- [2] R A Shelby, D R Smith, et al. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial [J]. Applied Physics Letters, 2001, 78(4): 489 - 491.
- [3] J B Pendry. Negative refraction makes a perfect lens [J]. Physical Review Letters, 2000, 85(18): 3966 - 3967.
- [4] D R Smith, S Schultz, et al. Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients [J]. Physical Review B, 2002, 65(19): 195104-1-195104-5.
- [5] J B Pendry, A J Holden, et al. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures [J]. Physical Review Letters, 1996, 76(25): 4773 - 4775.
- [6] J B Pendry, A J Holden, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena [J]. IEEE Transactions on Microwave and Theory Technology, 1999, 47(11): 2075 - 2084.
- [7] D R Smith, N Kroll. Negative refractive index in left-handed materials [J]. Physical Review Letters, 2000, 85(14): 2933 - 2935.
- [8] D R Smith, D C Vier, et al. Direct calculation of permeability and permittivity for a left-handed metamaterial [J]. Applied Physics Letters, 2000, 77(14): 2246 - 2249.
- [9] D R Smith, Willie J Padilla, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Physical Review Letters, 2000, 84(18): 4184 - 4187.
- [10] C Caloz, T Itoh. Application of the transmission line theory of left-handed (LH) materials to the realization of a microstrip 'LH line' [A]. Proceedings of the 2002 IEEE International Symposium on Antenna and Propagation [C]. San Antonio: 2002. 412 - 415.
- [11] R W Ziolkowski, Ching-Ying Cheng. Design, fabrication, and testing of double negative metamaterials [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2003, 51(7): 1516 - 1529.

作者简介:



吴 群 男, 1955 年出生, 哈尔滨工业大学教授、博导. 研究方向为微波/毫米波器件与电路、天线与电磁兼容性, 主持或参与基金项目 12 项, 获航天部科技进步 2 等奖一项、3 等奖两项, 发表学术论文 50 余篇, 著作 4 册, 专利 6 项.
E-mail: qwu@hit.edu.cn



武明峰 男, 1983 年出生, 哈尔滨工业大学电磁场与微波技术学科硕士生. 目前研究方向为异向介质、电磁散射.



孟繁义 男, 1979 年出生, 哈尔滨工业大学电子与信息技术研究院微波技术专业博士研究生. 现主要研究方向为异向介质中电磁波传播特性、电磁兼容性.



李乐伟 男, 1961 年出生, 新加坡国立大学教授, 哈尔滨工业大学客座教授、兼职博导. 研究方向包括电磁场理论, 微波毫米波电路与器件, 计算电磁学, 电波传播与散射及各种天线的分析和设计, 现被引用的国际学术刊物的论文 180 多篇.